

ABC 9-10. Sınıf Final Sınavı

1. $6n^2 - 17n + 16 + (n - 1)^{n^3 + 5n + 11}$ sayısının asal olmasını sağlayan n tam sayılarını bulunuz.
2. Çevrel çemberinin merkezi O noktası olan bir ABC üçgeninde BC kenarının orta noktası M noktasıdır. OM doğrusu üzerinde alınan bir E noktası için ABE ve ACE üçgenlerinin çevrel çemberleri BC 'yi sırasıyla F ve G noktalarında kesmektedir. AE doğrusu BC 'yi H noktasında kesiyor ise EFG üçgeninin çevrel çemberinin merkezinin OH doğrusu üzerinde bulunduğunu gösteriniz.
3. Reel sayıların herhangi bir S alt kümesi verildiğinde

$$f(S) = \{|x - y| : x, y \in S, x \neq y\}$$

şeklinde bir tanım yapılmaktadır. Burada f fonksiyonunun n defa ardışık uygulanmasıyla elde edilen ifade $f^n(S)$ şeklinde gösterilir. Bu durumda, eğer $f^n(S) = f^{n+1}(S)$ eşitliğini sağlayan bir $n \in \mathbb{N}$ sayısı varsa, bu eşitliği sağlayan en küçük n değerine S kümesinin **Eyvah sayısı** denir ve bu değer $Eyvah(S)$ olarak gösterilir.

Örnekler:

- $f(\{1\}) = \emptyset, f(\emptyset) = \emptyset$ olduğundan $Eyvah(\{1\}) = 1$
- $Eyvah(\mathbb{Z}^+) = 0$
- $Eyvah(\{1, 2, 4\}) = 4$

Aşağıdaki soruları yanıtlayınız:

- a) Pozitif reel sayılardan oluşan ve Eyvah sayısı **tanımlı olmayan** bir $S \subset \mathbb{R}^+$ kümesi var mıdır?
 - b) Pozitif tam sayılardan oluşan ve Eyvah sayısı **tanımlı olmayan** bir $S \subset \mathbb{Z}^+$ kümesi var mıdır?
4. $f(n)$; n sayısının, içinde 3 veya daha fazla uzunluklu aritmetik dizi bulunmayacak şekilde pozitif tam sayıların toplamı olarak ifade etmenin farklı yollarının sayısı olsun. Sonsuz adet n pozitif tam sayısı için $f(n) \geq n^{\sqrt[6]{n}}$ eşitsizliğinin sağlandığını gösteriniz.