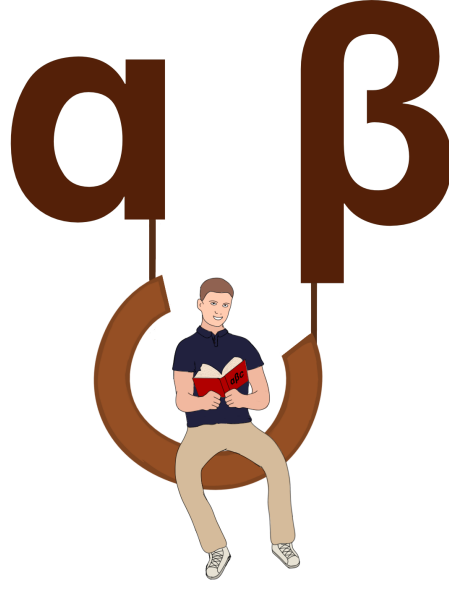


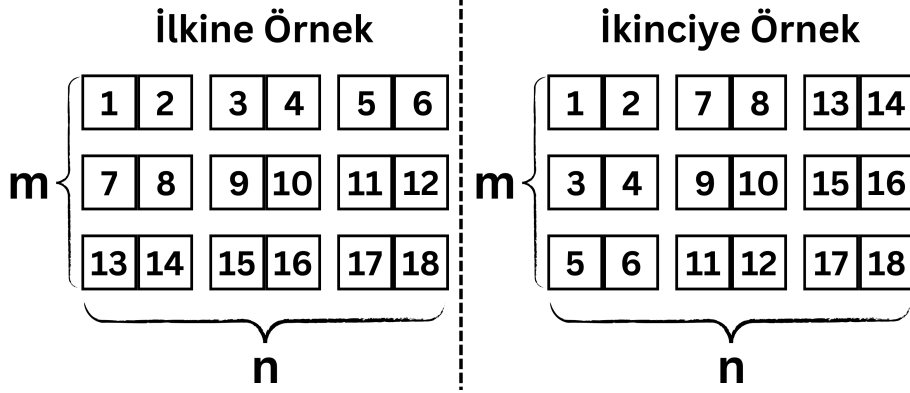


ABC Matematik Yarışması 11. Sınıf Final Sınavı

- Soruların tüm hakları saklıdır. Kopyalanması ve çoğaltılması yasaktır.
- Sınav süresi 270 dk dır.
- Her soru 10 puan üzerinden değerlendirilecektir. Alınabilecek en yüksek puan 40 puandır.
- Öğrencilerden soruların çözümlerinin detaylı bir şekilde yazılması beklenir.
- Sorularla ilgili itirazlarınız için iletisim.abcmatematik@gmail.com adresine mail atabilirsiniz.

11. Sınıf Final Sınav Soruları

1. Her biri 2 kişilik olan $n \times m$ sıradan oluşan $2 \cdot n \cdot m$ kişilik ABC sınıfında yapılacak bir sınav için öğretmen sınıf oturma planı yapıyor. Bunun için 2 farklı seçenek düşünüyor. İlkinde ilk satırdan başlayarak soldan sağa artacak şekilde 1,2,3,4,... diye numaralandırıyor ve satır bitince alt satıra geçiyor. İkinci seçenekte sol üstteki sıradan başlayıp 1,2,3,4,... şeklinde numaralandırarak her sırayı doldurup alt sıraya geçiyor ve sütun bitince de ikinci sütuna geçiyor. (Sıralar kendi içinde soldaki daha küçük olacak şekilde numarandırılıyor.)



Kaç tane numaranın iki dağılımda da yeri aynıdır (Verilen örneklerde 1,2,9,10,17,18 numaralarının yeri iki dağılımda da aynıdır)?

2. Her $x, y \in \mathbb{R}$ için

$$f(f(x)y) + f(x + f(y)) = xf(y) + f(x + y)$$

şartını sağlayan bütün $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonlarını bulunuz.

3. $ABCD$ dörtgeni teğetler ve kirişler dörtgeni olsun. $ABCD$ dörtgeninin iç çemberi AB, BC, CD, DA kenarlarına I, E, F, G noktalarında teğet olsun. AC ile BD doğruları bir S noktasında kesişsin. GE doğrusu, AB ve DC doğrularını sırasıyla K ve M noktalarında kessin. IF doğrusu ise AD ve BC doğrularını sırasıyla L ve R noktalarında kessin. LAI, KSI, MSF ve RSE üçgenlerinin çevrel çemberlerinin ortak bir noktadan geçtiğini gösteriniz.
4. Mehmet her sorunun k şıklı olduğu bir sınava giriyor ve tüm soruları işaretliyor. Öğretmeni ona 1 soruyu yanlış, kalan tüm soruları doğru yaptığını söylüyor. Mehmet'in sonucunu gören Aydın, bu sınavın cevap anahtarını bir dizi tahmin sonucunda bulmak istiyor. Bunun için önce Mehmet'in sınavda verdiği cevapları öğreniyor. Daha sonrasında, bir cevap anahtarı oluşturuyor ve öğretmen bu cevap anahtarında kaç tane yanlış olduğunu söylüyor. Aydın, doğru cevap anahtarını bulana kadar tahmin yapmaya devam ediyor. Eğer Aydın, toplamda en fazla n adet deneme yaparak öğretmenden 0 yanlış cevabını alabilmeyi garantiliyorsa soru sayısının alabileceği en büyük değere $f(n, k)$ diyelim.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n-1} - f(n, k)}{n^{k-3}} = \frac{1}{(k-3)!}$$

gösteriniz.