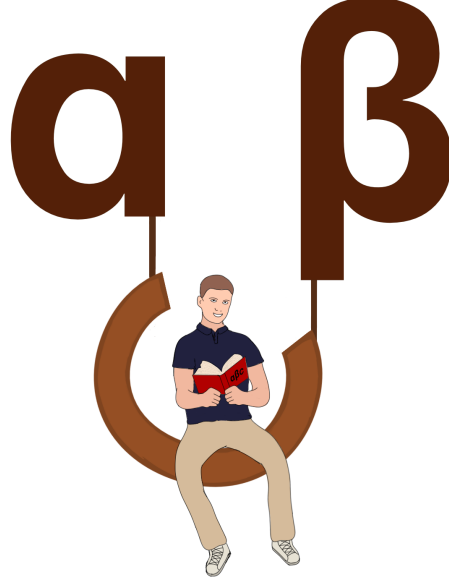




ABC Matematik Yarışması 10. Sınıf Final Sınavı

- Soruların tüm hakları saklıdır. Kopyalanması ve çoğaltılması yasaktır.
- Sınav süresi 270 dk dır.
- Her soru 10 puan üzerinden değerlendirilecektir. Alınabilecek en yüksek puan 40 puandır.
- Öğrencilerden soruların çözümlerinin detaylı bir şekilde yazılması beklenir.
- Sorularla ilgili itirazlarınız için iletisim.abcmatematik@gmail.com adresine mail atabilirsiniz.

10. Sınıf Final Sınav Soruları

1. Bir n pozitif tamsayısının bölenleri artan sırada $1 = d_1 < d_2 < d_3 < \dots < d_{16} = n$ olacak şekilde yazılıyor. $d_2 + d_8 = d_9$ ve $d_5 - d_4 = 3$ olacak şekilde tüm n pozitif tamsayılarını bulunuz.
2. ABC üçgeninde AB 'nin orta noktası T olsun. CB ve CA kenarları üzerinde D ve E noktaları $DE \parallel AB$ şeklinde alınıyor. TD ile AC doğruları G noktasında, ET ile BC doğruları F noktasında kesişsin. FDT ile GET üçgenlerinin çevrel çemberleri ikinci kez L 'de kesişiyorsa $\angle ACT = \angle BCL$ olduğunu gösteriniz.
3. $P(x)$ ve $Q(y)$ nin tam sayı olduğu her x, y reel sayı ikilileri için $P(y) + Q(x)$ in de bir tam sayı olmasını sağlayan tüm reel katsayılı P ve Q polinomlarını bulunuz.
4. Mehmet her sorunun k şıklı olduğu bir sınava giriyor ve tüm soruları işaretliyor. Öğretmeni ona 1 soruyu yanlış, kalan tüm soruları doğru yaptığını söylüyor. Mehmet'in sonucunu gören Aydın, bu sınavın cevap anahtarını bir dizi tahmin sonucunda bulmak istiyor. Bunun için önce Mehmet'in sınavda verdiği cevapları öğreniyor. Daha sonrasında, bir cevap anahtarı oluşturuyor ve öğretmen bu cevap anahtarında kaç tane yanlış olduğunu söylüyor. Aydın, doğru cevap anahtarını bulana kadar tahmin yapmaya devam ediyor. Eğer Aydın, toplamda en fazla n adet deneme yaparak öğretmenden 0 yanlış cevabını alabilmeyi garantiliyorsa soru sayısının alabileceği en büyük değere $f(n, k)$ diyelim.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n-1} - f(n, k)}{n^{k-3}} = \frac{1}{(k-3)!}$$

gösteriniz.