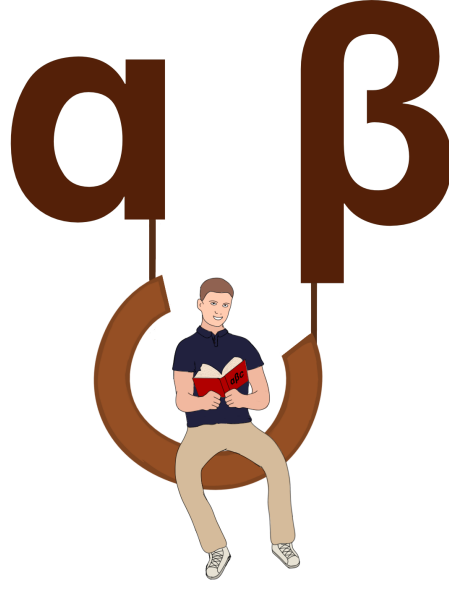




ABC Matematik Yarışması

8. Sınıf Final Sınavı

- Soruların tüm hakları saklıdır. Kopyalanması ve çoğaltılması yasaktır.
- Sınav süresi 120 dk dır.
- Her sorunun puanı soru metninden sonra yazılmıştır. Alınabilecek en yüksek puan 160 puandır.
- Bu sorulardan ilk 7 tanesi açık uçlu olup doğru cevabı bulan öğrenciler tam puan alacaktır.
- Son 3 soruda ise öğrencilerden sorunun çözümünü detaylı bir şekilde yazması beklenir.
- Sorularla ilgili itirazlarınız için iletisim.abcmatematik@gmail.com adresine mail atabilirsiniz.

8. Sınıf Final Sınav Soruları

Açık Uçlu Sorular

1. Çevresi 1800 metre olan çembersel bir parkur etrafında Ahmet ve Burak, aynı noktadan başlayarak sabit hızlarla ve zıt yönlerde koşmaya başlıyorlar. Ahmet ve Burak parkurda her yan yana geldikleri zaman, ikisi de hızlarını iki katına çıkarıyor ve koştukları yönde yollarına devam ediyorlar. Koşmaya başladıkları andan tam beş dakika sonra üçüncü kez karşılaştıklarına göre koşmaya başladıkları andaki hızlarının toplamı metre/dakika cinsinden kaçtır (cevabı birim kullanmadan sadece sayı olarak giriniz)? (9 puan)
2. Şevket'in portakal tarlasında sonsuz adet portakal ağacı vardır. Şevket bu ağaçları sırasıyla 1,2,... şeklinde numaralandırıyor. Numarası 7'nin bir tam katı olmayan ağaçlar, hasat zamanında, numaralarının 7 ile bölümünden kalan sayı kadar portakal veriyorlar. Numarası 7'nin tam katı olan ağaçların her biri ise 7'şer tane portakal veriyorlar. Şevket, hasat dönemi geldiğinde 1 numaralı ağaçtan başlayarak sırasıyla ağaçlardaki bütün portakalları topluyor. Buna göre Şevket, 678. portakalı kaç numaralı ağaçtan toplamıştır? (9 puan)
3. Rakamları toplamı 10'un tam katı olan sayma sayıları, her biri tam olarak bir kere yazılacak şekilde, artan sırada bir tahtaya yazılıyor. Tahtaya 423. sırada yazılan sayı nedir? (11 puan)
4. Faruk'un telefonunun şifresi 11 basamaklı bir sayıdır ve bu sayıdaki rakamlar, soldan sağa artmayacak şekilde sıralanmıştır (99987663220 olası bir şifreyken 76666623000 değildir). Ali, Faruk'un şifresinin soldan sağa artmayan rakamlardan oluşan 11 basamaklı bir tam sayı olduğunu biliyor ve şifreyi tahmin etmek istiyor. Ali her bir hamlesinde Faruk'un şifresindeki ardışık 4 rakamı seçiyor ve bu rakamlarının her birinin hangi rakam olduğunu öğreniyor. Ali bu şekilde 2 hamle yapıyor. Sorduğu rakamları öğrendikten sonra Ali, k tane 11 basamaklı sayı tahmini yaparak Faruk'un şifresini ne olursa olsun bulmayı garantiliyorsa, k 'nın alabileceği en küçük değer nedir? (13 puan)
5. $\left\lfloor \frac{1^2}{7} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{2^2}{7} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{3^2}{7} \right\rfloor + \dots + \left\lfloor \frac{2024^2}{7} \right\rfloor = S$ olsun. S tam sayısının 4049 ile bölümünden kalan nedir? (her x reel sayısı için $\lfloor x \rfloor$ ifadesi x 'ten büyük olmayan en büyük tamsayıyı göstermektedir.) (15 puan)
6. Bir çember etrafında 12 kişi oturmaktadır. Bu 12 kişi kendi aralarında 12 tane cevizi paylaşıyorlar. Eğer bir kişi en az 1 ceviz almış ve kendisinde bulunan ceviz sayısı her iki yanındaki komşularının toplam ceviz sayısından büyük eşitse, bu kişiye bencil diyoruz.
A) Bu 12 kişi arasında bencil olanların sayısı en fazla kaç olabilir? (10 puan)
B) Bencil kişi sayısının maksimum olduğu kaç farklı ceviz dağılımı vardır? (10 puan)
7. Bir ABC üçgeninde AC kenarının orta noktası E olmak üzere, $2.\angle EBC = \angle EBA = 20^\circ$ eşitliğinin sağlandığı biliniyor. BE doğrusuna E noktasından çizilen dik doğru, BC doğrusunu D noktasında kesiyor. $\frac{|DE|}{|DC|}$ oranı m ve n aralarında asal pozitif tam sayılar olmak üzere $\frac{m}{n}$ şeklinde yazılabiliyorsa $m+n$ kaçtır? (20 puan)

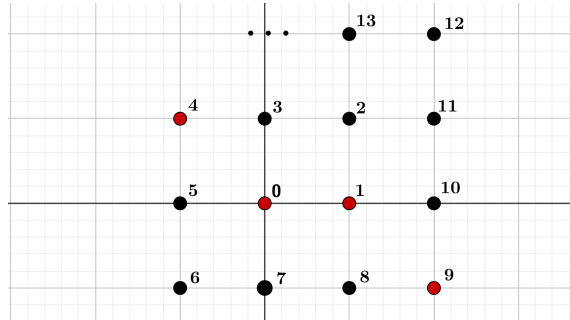
Çözüm Yazılacak Sorular

8. x ve y reel sayılar olmak üzere,

$$|xy| + |x + 1| + |y + 1|$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir? (20 puan)

9. Koordinat düzlemindeki tam sayı koordinatlı noktalar şekildeki gibi spiral bir şekilde sırasıyla numaralandırılmıştır. Numarası 1000 den küçük olan ve bir tam sayının karesine eşit olan noktalar kırmızıya boyanıyor.



Aralarındaki en kısa mesafe birim cinsinden bir tam sayıya eşit olan bütün kırmızı nokta ikililerini bulunuz. (20 puan)

10. Kaan'ın önündeki tahtada başlangıçta sadece 1 sayısı yazılıdır. Kaan, her adımda, eğer tahtada x sayısı var ise $2x + 1$ veya $\frac{1}{x+1}$ sayılarından birini tahtaya yazabiliyor. O halde, her a, b pozitif tam sayı ikilisi için, Kaan'ın sonlu hamle sonucunda tahtaya $\frac{a}{b}$ yazabileceğini ispatlayınız. (23 puan)

CEVAP ANAHTARI

- | | | |
|---------|---------|--------|
| 1. 630 | 4. 64 | 6B. 30 |
| 2. 171 | 5. 2314 | 7. 3 |
| 3. 4231 | 6A. 8 | |