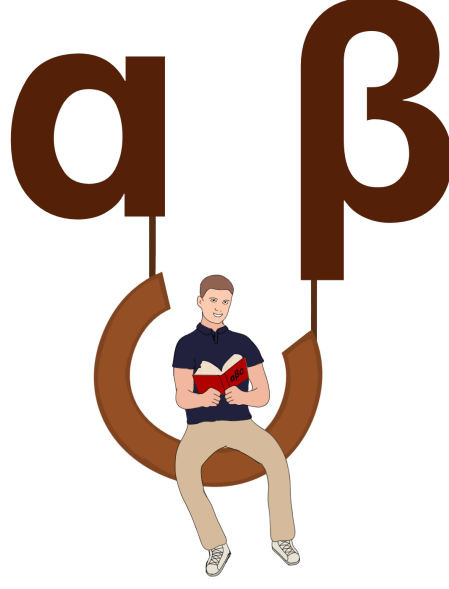




ABC Matematik Yarışması

12. Sınıf Final Sınavı

- Soruların tüm hakları saklıdır. Kopyalanması ve çoğaltılması yasaktır.
- Sınav süresi 270 dk dır.
- Her soru 10 puan üzerinden değerlendirilecektir. Alınabilecek en yüksek puan 40 puandır.
- Öğrencilerden soruların çözümlerinin detaylı bir şekilde yazılması beklenir.
- Sorularla ilgili itirazlarınız için iletisim.abcmatematik@gmail.com adresine mail atabilirsiniz.

12. Sınıf Final Sınav Soruları

1. a, b, c tam sayıları için $c \neq 0$, $|a + b| = |4c|$ ve $|a| + |b| + |5c| = 2024$ koşulları sağlandığına göre c nin alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?

2.

$$(p + r)^q + (q + r)^p = (p + q)^r$$

denklemini sağlayan (p, q, r) asal sayılarının bulunmadığını gösteriniz.

3. $ABCD$ dörtgeni teğetler ve kirişler dörtgeni olsun. $ABCD$ dörtgeninin iç çemberi AB, BC, CD, DA kenarlarına I, E, F, G noktalarında teğet olsun. AC ile BD doğruları bir S noktasında kesişsin. GE doğrusu, AB ve DC doğrularını sırasıyla K ve M noktalarında kessin. IF doğrusu ise AD ve BC doğrularını sırasıyla L ve R noktalarında kessin. LAI, KSI, MSF ve RSE üçgenlerinin çevrel çemberlerinin ortak bir noktadan geçtiğini gösteriniz.

4. Mehmet her sorunun k şıklı olduğu bir sınava giriyor ve tüm soruları işaretliyor. Öğretmeni ona 1 soruyu yanlış, kalan tüm soruları doğru yaptığını söylüyor. Mehmet'in sonucunu gören Aydın, bu sınavın cevap anahtarını bir dizi tahmin sonucunda bulmak istiyor. Bunun için önce Mehmet'in sınavda verdiği cevapları öğreniyor. Daha sonrasında, bir cevap anahtarı oluşturuyor ve öğretmen bu cevap anahtarında kaç tane yanlış olduğunu söylüyor. Aydın, doğru cevap anahtarını bulana kadar tahmin yapmaya devam ediyor. Eğer Aydın, toplamda en fazla n adet deneme yaparak öğretmenden 0 yanlış cevabını alabilmeyi garantiliyorsa soru sayısının alabileceği en büyük değere $f(n, k)$ diyelim.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n-1} - f(n, k)}{n^{k-3}} = \frac{1}{(k-3)!}$$

gösteriniz.