



ABC Matematik Yarışması 9 ve 10. Sınıf Soruları

- Soruların tüm hakları saklıdır. Kopyalanması ve çoğaltılması yasaktır.
- Her sorunun sadece bir doğru cevabı vardır.
- Yarışmada 9 ve 10. sınıflar ortak sorulardan sorumlu olsa bile değerlendirmede her sınıf **farklı** değerlendirilecektir.
- Sorularla ilgili itirazlarınız için iletisim.abcmatematik@gmail.com adresine mail atabilirsiniz.

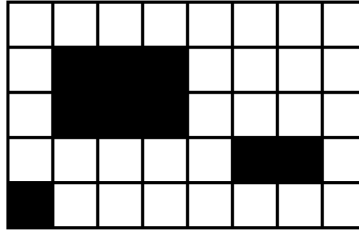
9 ve 10. Sınıf Sınav Soruları

1. Bir $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ dizisinin ilk üç terimi $a_0 = 0, a_1 = 1$ ve $a_2 = 3$ 'tür. $n \geq 3$ için

$$a_n^2 = a_{n-2} \cdot (3a_{n-2} - 2a_{n-1} - 4a_{n-3}) + 2a_n \cdot a_{n-1} + 2a_{n-3}^2$$

olduğuna göre $(a_{11} - a_{10})^2$ nedir?

- (A) 1681 (B) 1706 (C) 1849 (D) 1874 (E) Hiçbiri
2. Ağırlık merkezi G olan ABC eşkenar üçgeninin içinde XYZ eşkenar üçgeni var öyle ki $X \in BC$, $Y \in CA$ ve $Z \in AB$ sağlanıyor. $|AZ| < |ZB|$ ve $\frac{|BC|}{|YZ|} = \sqrt{3}$ ise $\angle AGZ$ kaçtır?
- (A) 15° (B) 30° (C) 45° (D) 60° (E) 75°
3. Birbirinden farklı a, b ve c pozitif tamsayı üçlüsü için $c!, a!+b!$ 'nin katı olacak şekildeyse bu (a,b,c) sıralı üçlüsüne süper üçlü diyelim. Birbirinden farklı verilen beş tane pozitif tamsayı için bunların arasından en fazla kaç tane süper üçlü vardır?
- (A) 6 (B) 10 (C) 15 (D) 18 (E) 20
4. Düzlemde bir ABC üçgeni veriliyor ve bu ABC üçgeninin içerisinde $\angle DBC = \angle ACB$, $\angle BDC = 135^\circ$ ve $|AB| = |DC|$ şartları sağlanıyorsa $\angle BAC$ nedir?
- (A) 30° (B) 35° (C) 45° (D) 60° (E) 75°



5. Yukarıdaki şekilde tamamı beyaz birimkarelerden oluşan kaç tane dikdörtgen bulunabilir?
- (A) 148 (B) 155 (C) 161 (D) 163 (E) Hiçbiri

$$(\dots)!(\dots)!(\dots)!(\dots)!$$

6. Yukarıdaki şekilde ardışık kuvvet alma işlemi yapılıyor. Örnek olarak eğer aşağıdan yukarı 2 üssü 3 üssü 2 verilseydi önce 3 üssü 2 hesaplanıp 9 bulunacaktı ve 2 üssü 9 işlemi yapıp 512 cevabımız olacaktı.

Bu boşluklara 1, 4, 5 ve 7 sayıları her biri tam bir kez kullanılacak şekilde yerleştirilecektir. Oluşan sayıların 100'e bölümünden kalanların alabileceği farklı değerlerin toplamı kaçtır?

- (A) 61 (B) 100 (C) 137 (D) 159 (E) Hiçbiri

7.

$$15! \left(\frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{3}{2 \cdot 4} + \frac{6}{5 \cdot 7} + \frac{7}{6 \cdot 8} + \frac{10}{9 \cdot 11} + \frac{11}{10 \cdot 12} + \frac{14}{13 \cdot 15} \right) = A$$

A sayısının 17 ile bölümünden kalan nedir?

- (A) 5 (B) 7 (C) 10 (D) 12 (E) 15

8. Bir ABD ikizkenar üçgeninde $|AB|$ ve $|AD|$ kenarları eşit ve taban açılar 20° 'ye eşittir. Düzlemde BD doğrusuna göre A ile farklı tarafta kalan bir C noktası için $\angle ACD = 70^\circ$ ve $\angle ACB = 40^\circ$ sağlanmaktadır. BC ve CD kenarlarının orta noktaları sırasıyla E ve F ise $\angle EAF$ kaçtır?

- (A) 40° (B) 50° (C) 65° (D) 70° (E) 90°

9. Hafta içi toplam 15 kek yemek isteyen Ali yediği keklerin dağılımını planlamak istiyor. Pazartesi gününden perşembe gününe kadar her gün yediği keklerin sayısını azaltmak isteyen Ali, ayrıca cuma günü de yediği kek sayısı üçe bölünecek şekilde yemek istiyor. Buna göre Ali'nin uygulayabileceği plan sayısı kaçtır? (Ali'nin 0 kek yediği günler de olabilir)

- (A) 29 (B) 30 (C) 31 (D) 32 (E) 33

10. $\{a_1, a_2, \dots, a_8\}$ sayıları $\{1, 2, \dots, 8\}$ sayılarının bir permütasyonu ve

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 \mid a_5 + a_6 + a_7 + a_8$$

olacak şekilde kaç farklı şekilde seçilebilir?

- (A) 576 (B) 5040 (C) 4608 (D) 5760 (E) 720

11. 7'ye bölününce 3 kalanını veren her n pozitif tamsayısı için $n^8 + 5n^6 - 7n^3 - 8n^2 - 35n - 40$ sayısı d pozitif tam sayısı ile tam bölünüyorsa d nin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- (A) 2 (B) 7 (C) 14 (D) 42 (E) Hiçbiri

12. Düzlemde $A_1A_2A_3A_4$ karesinin kenar uzunluğu bir birimkaredir. B_1, B_2 ve B_3 noktaları bu karenin kenarları üzerinde eşkenar üçgen oluşturacak şekilde alınıyor. $i = 1, 2, 3$ için d_i, B_i 'nin en yakın olduğu A_j 'ye olan uzaklığını gösterebilir (yani $j \in \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinden herhangi bir eleman olabilir). $\min\{d_1, d_2, d_3\}$ ifadesinin alabileceği en büyük değer nedir?

- (A) $\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) $\frac{2 + \sqrt{3}}{4}$ (E) Hiçbiri

13. $|x - 2024| = 2023^2$ şartını sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- (A) 2023 (B) 4048 (C) $2023 \cdot 2024$ (D) $2023^2 + 2024$ (E) 4046

14. 58A42B sayısı 21'e tam bölündüğüne göre $A+B$ toplamının alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?

- (A) 26 (B) 41 (C) 43 (D) 55 (E) 57

15. 2023×2023 bir tahtada İbrahim her kareye rastgele A, B veya C yazıyor. Her satır ve her sütun için a'ların sayısının 3 ile bölümünden kalanın b'lerin sayısının 3 ile bölümünden kalana eşit olduğu tahta oluşma ihtimali kaçtır?

(A) $\frac{1}{3^{2022}}$ (B) $\frac{1}{3^{2023}}$ (C) $\frac{1}{3^{4045}}$ (D) $\frac{1}{3^{4046}}$ (E) Hiçbiri

16. Başkatsayısı 1 olan, ikinci dereceden bir P polinomu için $P(0) = 21$ sağlanıyor. a, b birbirinden farklı pozitif tamsayılar olmak üzere $P(a) = (a+b)^2$ ve $P(b) = 4ab$ olduğu biliniyor. $P(5)$ 'in alabileceği değerler toplamı nedir?

(A) 36 (B) 52 (C) 60 (D) 84 (E) 96

17. Gerçel sayılardan gerçel sayılara tanımlanan bir f fonksiyonu 1 dışındaki her x reel sayısı için

$$f(x) + f\left(\frac{1}{1-x}\right) = 2x + 1$$

şartını sağlıyorsa $f(5)$ 'e en yakın tamsayı değeri nedir?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

18. $(x^3 + 2)^3 = x - 2$ denkleminin kaç reel kökü vardır?

(A) 0 (B) 1 (C) 9 (D) 3 (E) Hiçbiri

19. Elimizdeki bir çubuğu rastgele seçilen 3 farklı noktasından kırıp 4 parçaya ayırıyoruz. Bu 4 parçanın dörtgen oluşturma olasılığı nedir?

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{4}$ (E) Hiçbiri

20. Düzlemde ABC üçgeni $|AB| = 8, |AC| = 15, |BC| = 13$ olacak şekilde alınıyor. Bu üçgenin iç teğet çemberinin merkezi I ve K noktası, I 'nin BC doğrusuna göre yansımasıdır. K 'dan AB, AC ve BC 'ye indirilen dikmeler D, F ve E ise $\frac{|ED|}{|EF|}$ oranı kaçtır?

(A) $\frac{3}{4}$ (B) 1 (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{3}{10}$ (E) Hiçbiri

21. Düzlemde bir ABC üçgeni $\angle B = 40^\circ$ ve $\angle C = 60^\circ$ olacak şekilde alınıyor. BC kenarı üzerinde alınan bir D noktası için D'den AB'ye indirilen dikme ayağı E olsun. $|AC| = 2 \cdot (|AE| + |DC|)$ şartı sağlanıyor ise $\angle DAC$ nedir?

(A) 10° (B) 15° (C) 20° (D) 25° (E) 30°

22. $\{a_n\}_{n=1}^\infty$ dizisi $a_1 = a, a_2 = b$ ve $n \geq 2$ için $a_n = |a_{n-1} - a_{n-2}|$ olacak şekilde tanımlanıyor. Aşağıdaki (a,b) ikililerinden hangisi için $a_{3k-1} = 0$ olacak şekilde k pozitif tamsayısı bulunur?

(A) (10944, 6760) (C) (10940, 6764) (E) (10946, 6766)
(B) (10946, 6760) (D) (10945, 6766)

23. Sadece 'A', 'B' ve 'C' harflerinden oluşan ve herhangi ardışık 3 harfe bakıldığında en az iki harf aynı olacak şekilde olan kelimelere iyi kelime diyelim. 9 harften oluşan ve A, B, C harflerinin her birinden en az bir tane bulunan kaç tane iyi kelime vardır?

- (A) 2646 (B) 3127 (C) 3459 (D) 4179 (E) Hiçbiri

24. Bir çember üzerinde rastgele ve sırayla alınan A, B, C, D noktaları için A ve B 'nin oluşturduğu doğru parçası ile C ve D 'ün oluşturduğu doğru parçasının kesişme olasılığı nedir?

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ (D) $\frac{2}{5}$ (E) $\frac{1}{2}$

Not: Sınavda 16. sorunun şıkları yanlış yazıldığı için bu soru iptal edilmiştir.

CEVAP ANAHTARI

- | | | |
|------|-------|-------|
| 1. B | 9. C | 17. D |
| 2. B | 10. D | 18. B |
| 3. E | 11. E | 19. A |
| 4. C | 12. A | 20. A |
| 5. C | 13. B | 21. A |
| 6. E | 14. B | 22. A |
| 7. D | 15. C | 23. A |
| 8. D | 16. B | 24. B |